

# ALJABAR LINEAR DAN MATRIKS

---

RUANG VEKTOR

# Definisi

---

- Himpunan tak kosong  $V$  disebut ruang vektor jika memenuhi
    1. Untuk sebarang  $u, v \in V$  berlaku  $u+v \in V$
    2.  $u+v = v+u$
    3.  $u+(v+w) = (u+v)+w$
    4. Terdapat  $0 \in V$  (vektor nol) sehingga untuk setiap  $u \in V$  berlaku  $0+u = u+0 \in V$
    5. Untuk sebarang  $u \in V$  terdapat  $-u \in V$  sehingga  $u+(-u) = (-u)+u = 0$
-

# Definisi Cont.

---

6. Jika  $k$  adalah sebarang skalar dan  $u \in V$ ,  
maka  $ku \in V$

7.  $k(u+v) = ku+kv$

8.  $(k+l)u = ku+lu$

9.  $k(lu) = (kl)u$

10.  $1u = u$

□ Contoh:

■ Himpunan  $V = \mathbb{R}^n$  dengan operasi standar penjumlahan dan perkalian

---

# Ruang Bagian (Subruang)

---

- Suatu himpunan bagian  $W$  dari suatu ruang vektor  $V$  disebut subruang dari  $V$  jika  $W$  adalah ruang vektor di bawah penjumlahan dan perkalian skalar yang didefinisikan pada  $V$
-

# Contoh

---

Subruang dari $\mathbb{R}^2$	Subruang dari $\mathbb{R}^3$
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Himp vektor 0</li><li>2. Garis-garis yang melalui titik asal</li><li>3. <math>\mathbb{R}^2</math></li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Himp vektor 0</li><li>2. Garis-garis yang melalui titik asal</li><li>3. Bidang-bidang yang melalui titik asal</li><li>4. <math>\mathbb{R}^3</math></li></ol>

---

# Kombinasi Linear

---

- Suatu vektor  $w$  disebut kombinasi linear dari  $v_1, v_2, \dots, v_n$  jika bisa dinyatakan dalam bentuk

$$w = k_1v_1 + k_2v_2 + \dots + k_nv_n$$

dengan  $k_1, k_2, \dots, k_n$  skalar

---

# Contoh

---

□ Tunjukkan bahwa vektor  $v=(a,b,c)$  dalam  $R^3$  bisa dinyatakan sebagai kombinasi linear dari vektor basis standar  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$ ,  $(0,0,1)$

□ Penyelesaian:

$$v = (a,b,c)$$

$$= a(1,0,0) + b(0,1,0) + c(0,0,1)$$

---

# Contoh

---

- Diketahui  $u=(1,2,-1)$  dan  $v=(6,4,2)$  dalam  $\mathbb{R}^3$ . Apakah  $w=(9,2,7)$  merupakan kombinasi linear dari  $u$  dan  $v$ ?
-

# Penyelesaian

---

□  $w = k_1u + k_2v$

$$(9, 2, 7) = k_1(1, 2, -1) + k_2(6, 4, 2)$$

$$(9, 2, 7) = (k_1, 2k_1, -k_1) + (6k_2, 4k_2, 2k_2)$$

$$(9, 2, 7) = (k_1 + 6k_2, 2k_1 + 4k_2, -k_1 + 2k_2)$$

$$k_1 + 6k_2 = 9$$

$$2k_1 + 4k_2 = 2$$

$$-k_1 + 2k_2 = 7$$

□ Didapat  $k_1 = -3, k_2 = 2$

□ Jadi  $w = -3u + 2v$

---

# Soal

---

- Diketahui  $u=(1,2,-1)$  dan  $v=(6,4,2)$  dalam  $\mathbb{R}^3$ . Apakah  $w=(4,-1,8)$  merupakan kombinasi linear dari  $u$  dan  $v$ ?
-