

ALJABAR LINIER DAN MATRIKS

SISTEM PERSAMAAN LINIER (SPL)
PERTEMUAN 1

Macam SPL

- SPL yang mempunyai tepat satu solusi
 - SPL yang mempunyai tak berhingga banyak solusi
Ciri: banyak variabel $>$ banyak persamaan
 - SPL yang tidak mempunyai solusi
Ciri: ada koefisien variabel salah satu persamaan yang merupakan kelipatan koefisien variabel persamaan yang lain
-

SPL yang mempunyai tepat 1 solusi

□ Contoh

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$x_1 - x_2 = 4$$

Solusi:

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$x_1 - x_2 = 4$$

$$\hline 3x_2 = -3$$

$$x_2 = -1$$

$$x_1 - x_2 = 4$$

$$x_1 = 4 + x_2$$

$$= 4 - 1$$

$$x_1 = 3$$

Jadi solusinya adalah $x_1 = 3$ dan $x_2 = -1$.

SPL yang mempunyai tak berhingga banyak solusi

□ Contoh

$$5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0$$

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1$$

Solusi:

$$5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0$$

$$-4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 2$$

$$9x_1 - 4x_2 = -2$$

$$9x_1 = -2 + 4x_2$$

$$x_1 = 1/9 (-2 + 4x_2)$$

Setiap nilai x_2 yang berbeda, akan membentuk x_1 yang berbeda.

SPL yang tidak mempunyai solusi

□ Contoh

$$2x_1 - x_2 = 5$$

$$4x_1 - 2x_2 = 4$$

Solusi:

$$4x_1 - 2x_2 = 10$$

$$\underline{4x_1 - 2x_2 = 4}$$

$$0 = 6 \rightarrow \text{pernyataan yang salah}$$

Jadi SPL ini tidak mempunyai solusi.

Bentuk Umum SPL

- SPL dengan m persamaan dan n variabel

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2$$

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = b_m$$

- Solusi dari SPL tersebut adalah nilai-nilai x_1, x_2, \dots, x_n yang memenuhi SPL tersebut.
-

SPL Homogen

□ Suatu SPL dikatakan homogen jika semua suku konstantanya nol.

□ Bentuk umum:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = 0$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = 0$$

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = 0$$

□ SPL homogen selalu konstan/mempunyai penyelesaian karena $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ yang disebut penyelesaian trivial.

Contoh SPL Homogen

$$\begin{aligned} \square \quad & 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ & x_1 + 2x_2 = 0 \\ & x_2 + x_3 = 0 \end{aligned}$$

Solusi:

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 & x_2 + x_3 = 0 & x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 = 0 & -x_2 + x_3 = 0 & x_1 = 0 \\ \hline -3x_2 + 3x_3 = 0 & 2x_2 = 0 & \\ -x_2 + x_3 = 0 & x_2 = 0 & \end{array}$$

Jadi solusinya $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.
